

## Mathematik (Elektrotechnik) — Nachklausur

**Aufgabe 1.** Berechnen Sie — wenn möglich — die inverse Matrix von

2 P.

$$\begin{pmatrix} 1 & 6 & 2 \\ -2 & -13 & -5 \\ 1 & 8 & 3 \end{pmatrix}.$$

Führen Sie eine Probe durch.

**Aufgabe 2.** Es sei

$$\mathcal{A} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

Die Abbildung  $\varphi : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  ist gegeben durch

$$\varphi \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \varphi \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \varphi \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

a) Zeigen Sie, dass  $\mathcal{A}$  eine Basis des  $\mathbb{R}^3$  ist.

1 P.

b) Bestimmen Sie die Matrix  $M$  der Abbildung bzgl. der Basis  $\mathcal{A}$ .

2 P.

c) Bestimmen Sie den Kern der Matrix  $M$ .

1 P.

**Aufgabe 3.** Es sei

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 3 & -6 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 2 & -4 \end{pmatrix}.$$

a) Bestimmen Sie alle Eigenvektoren von  $A$ . Führen Sie eine Probe durch.

4 P.

b) Geben Sie einen Vektor des  $\mathbb{R}^4$  an, der kein Eigenvektor der Matrix  $A$  ist.

1 P.

**Aufgabe 4.** Bestimmen Sie das multiplikativ Inverse von  $32 \in \mathbb{Z}_{53}$ .

2 P.

**Aufgabe 5.** Bestimmen Sie den Definitionsbereich der Funktion

6 P.

$$f(x) = \frac{1}{x^2} \cdot e^{\frac{1}{1-x}}$$

und die Grenzwerte am Rande des Definitionsbereiches. Bestimmen Sie maximale Intervalle strenger Monotonie und die Extremstellen von  $f$ . Fertigen Sie eine grobe Skizze des Graphen an.

**Aufgabe 6.** Stellen Sie die Menge aller reellen Zahlen, die die Ungleichungen

2 P.

$$1 < \left| \frac{2 - 7x}{3x + 5} \right| \leq 2$$

erfüllen, als Vereinigung von Intervallen dar.

**Aufgabe 7.** Bestimmen Sie

3 P.

$$\int_0^1 \frac{x - 14}{(x^2 + 4)(x + 1)^2} dx.$$

**Aufgabe 8.** Durch die Gleichung

2 P.

$$\left| \frac{2z + 4j}{z - 2j + 2} + 1 \right| \leq 1$$

ist ein Kreis definiert. Bestimmen Sie Mittelpunkt und Radius dieses Kreises.

**Aufgabe 9.** Es sei  $2 \leq n \in \mathbb{N}$ . Zeigen Sie

2 P.

$$\sum_{k=2}^n \ln \left( 1 - \frac{1}{k^2} \right) = \ln(n + 1) - \ln(2n).$$

**Aufgabe 10.** Berechnen Sie

2 P.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(xe^{-\frac{x}{2}} + 1 - \sin(x) - \cos(x))^5}{(x^3 + x^5)^5}.$$